Thème : Effectuer des bilans d'énergie sur un système
Cours 22-2 : Loi phénoménologique de Newton
(version professeur)

---

B.O. Loi phénoménologique de Newton

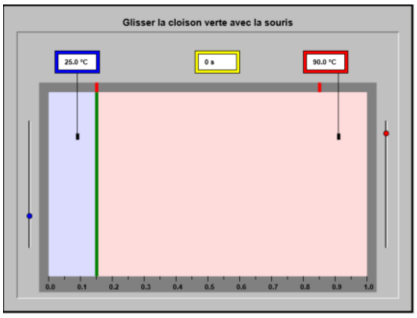
## I. Loi phénoménologique de Newton, modélisation de l'évolution de la température d'un système au contact d'un thermostat.

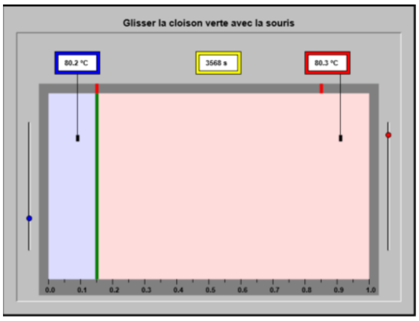
### 1. Loi de refroidissement de Newton (loi phénoménologique).

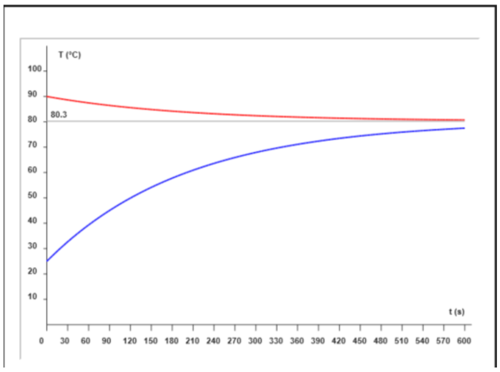
Animation : [http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/thermo/newton.html](http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/thermo/newton.html)

Expérience : De l'eau chaude à $T = 90°C$ est versée dans un thermostat de température ambiante initiale $T_{ambiante} = 25°C$
Les parties bleue et rose représentent les masses respectives du thermostat et de l'eau.

à $t$ = 0 à $t$ = 1 h environ




Courbes d'évolution de la température

Loi de refroidissement de Newton :

- Le taux de perte de chaleur d'un corps est proportionnel à la différence de température entre le corps et le milieu environnant.
- La vitesse de refroidissement d'un corps inerte est proportionnelle à la différence de température entre ce corps et le milieu ambiant.
  [http://maths.ac-creteil.fr/IMG/pdf/equas_diffs_et_refroidissement.pdf](http://maths.ac-creteil.fr/IMG/pdf/equas_diffs_et_refroidissement.pdf)

On étudie le refroidissement d'un corps chauffé de masse $m$ et de capacité thermique massique $c$ à une température initiale élevée $T_0$ dans un milieu ambiant dont la température supposée constante est égale à $T_{ambiante}$. La surface d'échange avec le milieu extérieur est égale à $S$

Etablissons l'équation différentielle traduisant la loi de Newton à partir du premier principe de la thermodynamique :

Considérons que le système est au repos alors son énergie mécanique ne varie pas ;

le 1er principe de la thermodynamique donne $\Delta U = W + Q$

On va considérer que le système n'échange pas de travail ainsi $W = 0$ et donc $\boldsymbol{\Delta U = Q}$.

Donc $Q = \Delta U = m.c.\Delta T$ $\Delta T$ étant la variation de température entre l'étatfinal et l'état initial

Par définition du flux thermique, on a :$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$ avec $\Delta U = Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

Alors on peut écrire $\Phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m.c.\Delta T}{\Delta t}$

La loi de Newton dans l'air donne : $\Phi = h_{air}.S.(T_{ambiante} - T)$ **Expression donnée dans un énoncé**

$h_{air}$ est le coefficient thermique surfacique dans l'air et $S$ est la surface d'échange et $T$, la température du corps à une date donnée.

En égalant les deux expressions du flux , on obtient $\frac{m.c.\Delta T}{\Delta t} = h_{air}.S.(T_{ambiante} - T)$

$\Leftrightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{h_{air}.S.(T_{ambiante}-T)}{m.c}$
$\Leftrightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{h_{air}.S.T_{ambiante}}{m.c} - \frac{h_{air}.S.T}{m.c}$
$\Leftrightarrow \frac{\Delta T}{\Delta t} + \frac{h_{air}.S.T}{m.c} = \frac{h_{air}.S.T_{ambiante}}{m.c}$

On considère que l'étude s'effectue sur des intervalles de temps très petits, alors $\Delta t$ tend vers 0 et on peut écrire $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{dT}{dt}$

Alors $\frac{dT}{dt} + \frac{h_{air}.S.T}{m.c} = \frac{h_{air}.S.T_{ambiante}}{m.c}$, en écrivant $k = \frac{h_{air}.S}{m.c}$, on obtient $\frac{dT}{dt} + k \cdot T = k \cdot T_{ambiante}$

La solution de l'équation différentielle est : $T = A \cdot e^{-kt} + B$ $T_0$ : température initiale du corps.

Expérience : [https://owl-ge.ch/IMG/pdf/P117_18032003.pdf](https://owl-ge.ch/IMG/pdf/P117_18032003.pdf)

1.5.2. Résolution de l'équation différentielle. (version courte)

Le problème à résoudre est donc le suivant : on cherche à déterminer l'expression de la température *T*(*t*) qui vérifie l'équation $\frac{dT(t)}{dt} + k \cdot T(t) = k \cdot T_{ambiante}$
La solution de cette équation s'écrit : $T = A \cdot e^{-kt} + B$

La constante *B* est déterminer quand *t* tend vers ∞, $e^{-kt} \rightarrow 0$ quand *t* tend vers ∞, alors $T = B$
Au bout d'une durée longue, la température tend vers la température ambiante de la pièce donc *B* = $T_{ambiante}$

La constante *A* est déterminée dans les conditions initiale quand *t* =0
On a $T_0 = A \cdot e^{-kt} + B$ avec *B* = $T_{ambiante}$, on a $T_0 = A \cdot e^{-kt} + T_{ambiante}$
Quand *t* = 0, $T_0 = A \cdot e^{-k.0} + T_{ambiante}$
$\Leftrightarrow T_0 = A + T_{ambiante}$
$\Leftrightarrow A = T_0 - T_{ambiante}$

La solution complète de l'équation différentielle est donc : $\boldsymbol{T(t) = T_{ambiante}} + (T_0 - T_{ambiante}) \cdot \boldsymbol{e^{-kt}}$

<u>Question</u> : Une barre de métal chauffée à 200° C est laissée à refroidir pendant 3 minutes dans un local dont la température ambiante est de 20° C. On constate alors que la température de la barre est de 80° C.
Dans combien de temps la température de la barre atteindra-telle 25° C ?

<u>Réponse</u> : La résolution nécessite de déterminer dans un premier temps la valeur de *k*, puis d'en déduire la durée nécessaire pour atteindre 25°C.

La température évolue selon l'équation : $T(t) = T_{ambiante} + (T_0 - T_{ambiante}) \cdot e^{-kt}$
$T_{ambiante}$ = 20°C $T_0$ = 200 °C $T(t)$ = 80°C

On détermine dans un premier temps, la valeur de la constante *k*
$80 = 20 + (200 - 20) \cdot e^{-k\times(3\times60)}$
$\Leftrightarrow e^{-k\times(3\times60)} = \frac{80-20}{200-20}$
$\Leftrightarrow e^{-k\times(3\times60)} = \frac{1}{3}$
$\Leftrightarrow -k \times (180) = Ln\left(\frac{1}{3}\right)$
$\Leftrightarrow k = -\frac{Ln\left(\frac{1}{3}\right)}{180}$ = 6,1 × $10^{-3}$ $s^{-1}$

Dans un second temps, on détermine la durée nécessaire pour atteindre 25°C
$25 = 20 + (200 - 20) \cdot e^{-kt}$
$\Leftrightarrow e^{-kt} = \frac{25-20}{200-20}$
$\Leftrightarrow e^{-kt} = 0{,}02778$
$\Leftrightarrow -k \times t = Ln(0{,}02778)$
$\Leftrightarrow t = -\frac{Ln(0{,}02778)}{6{,}1\times10^{-3}}$ = 587,45 s soit 9 min 47 s (pratiquement 10 min)